

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 11.02.2025

Parte 1 - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

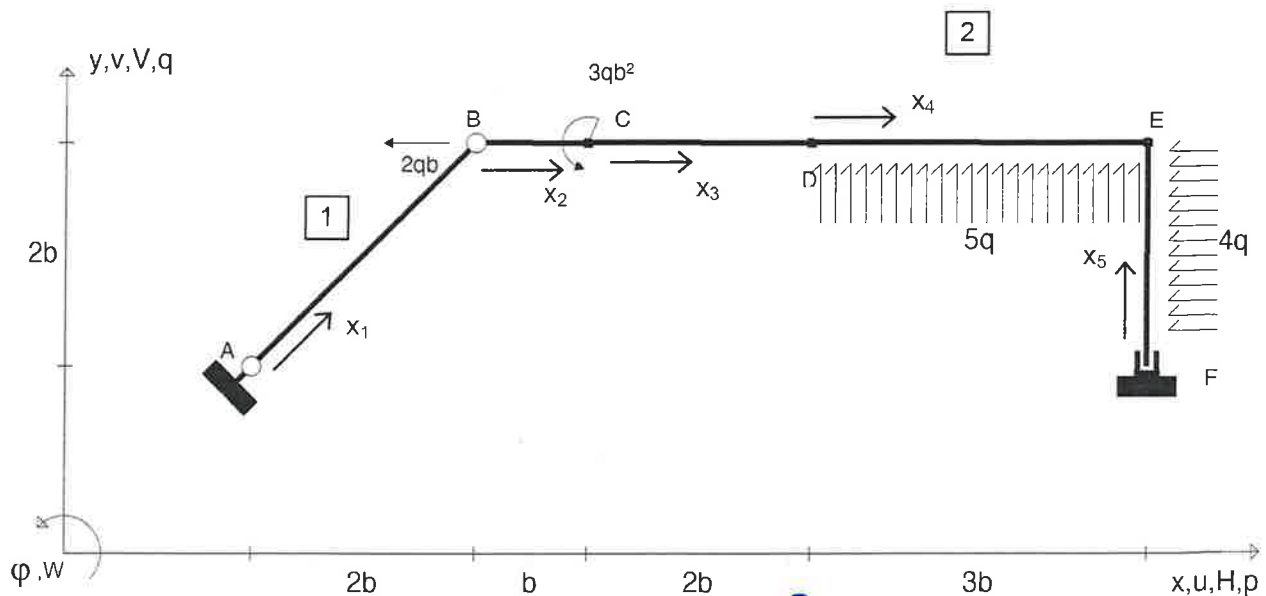
Allievo:..... e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 11.02.25*001



E_g - ausiliarie $M_{z(B)}^{(1)} = 0$ oppure $M_{z(B)}^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione **verticale** V_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

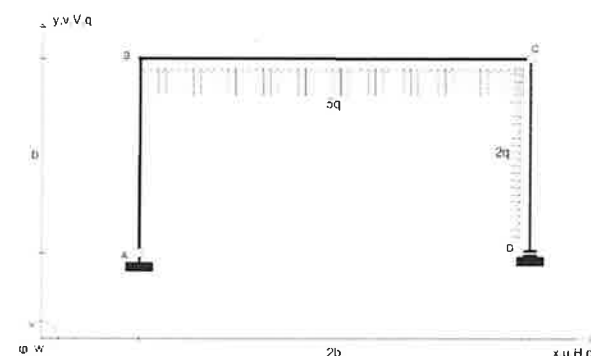
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste* AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC, SdA 11 02 25'004



$$C_1 \in r_A$$

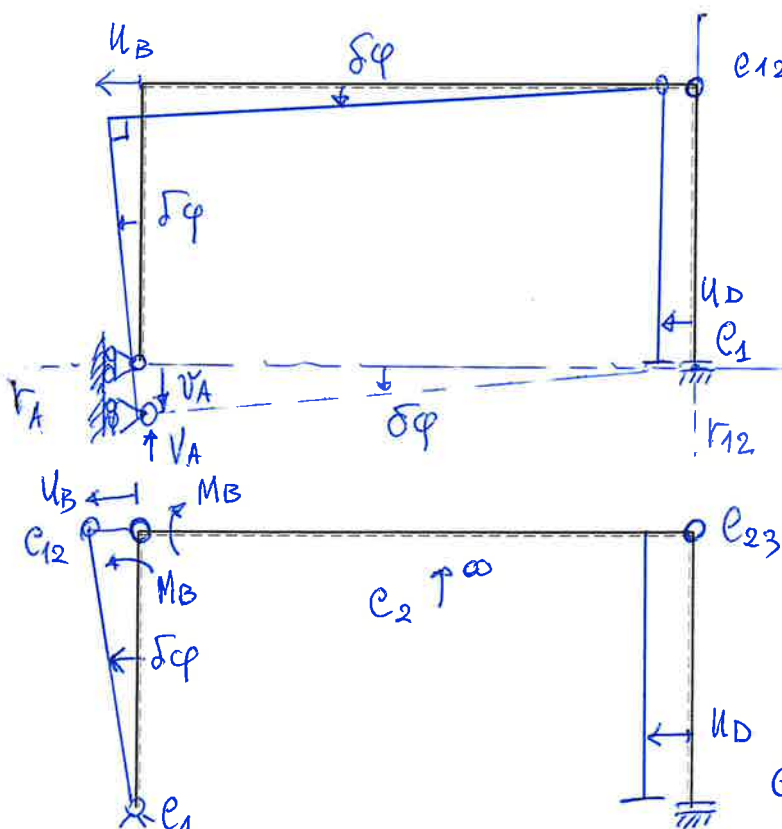
$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$

$$V_A = -2b\delta\varphi$$

$$u_D = u_B = -b\delta\varphi$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2$$

$$C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3$$



$$e_2 \uparrow \infty$$

$$u_D = u_B = -b\delta\varphi$$

$$e_3 \uparrow \infty$$

$$V_A(\uparrow) = \dots -6qb \dots; C_1 = (\dots 2b \dots 0 \dots); C_2 = (\dots \infty \dots \infty \dots); C_{12} = (\dots 2b \dots b \dots);$$

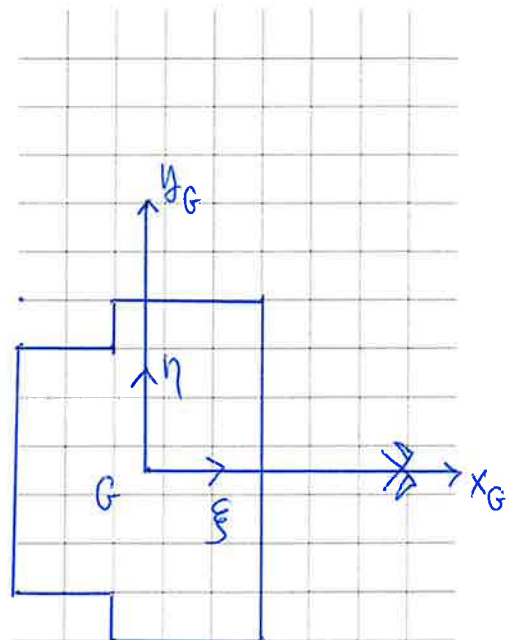
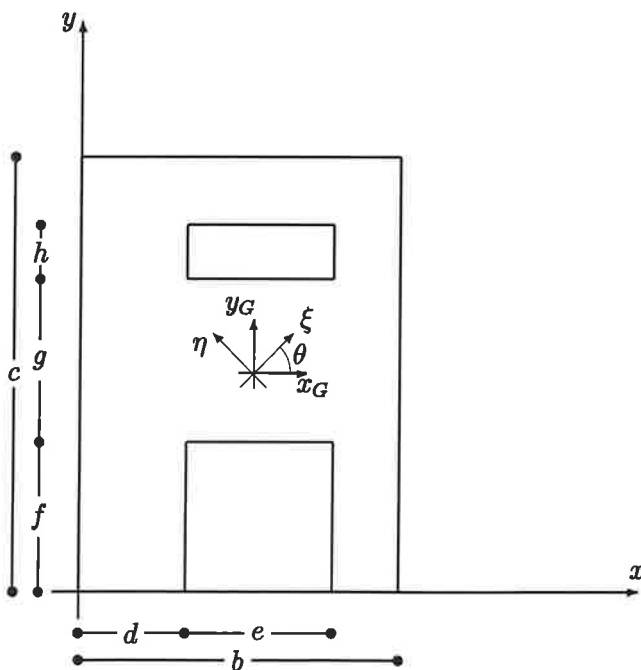
$$u_D = \dots -b\delta\varphi \dots; v_A = \dots -2b\delta\varphi \dots;$$

$$M_B(\curvearrowright) = \dots 2qb^2 \dots; u_D = \dots -b\delta\varphi \dots; v_C = \dots 0 \dots;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 7a$; $d = 0$; $e = 2a$; $f = a$; $g = 5a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



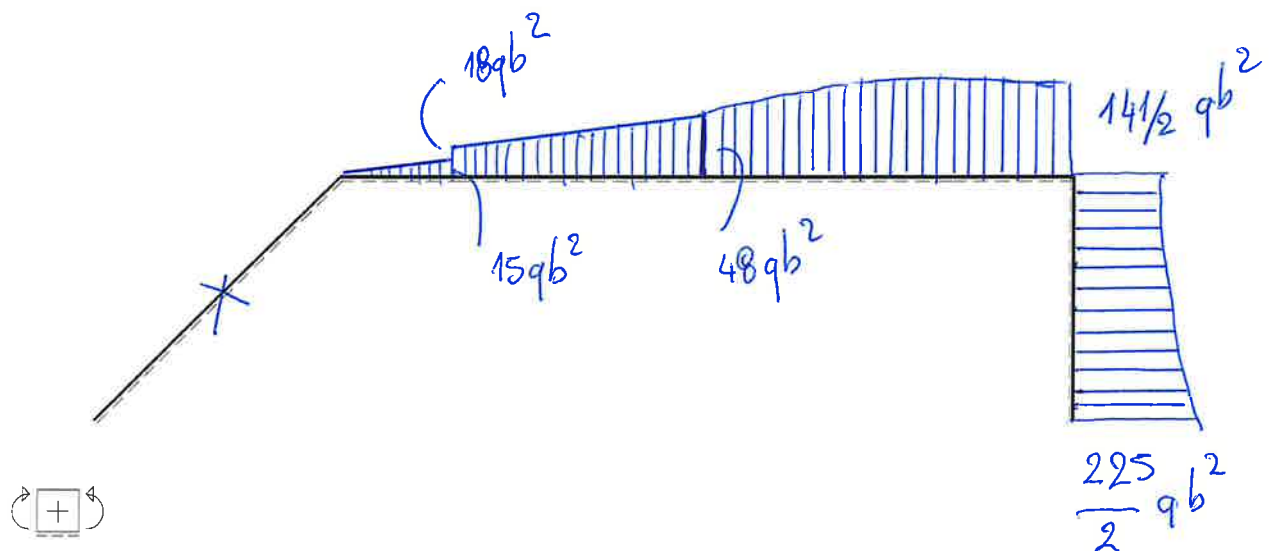
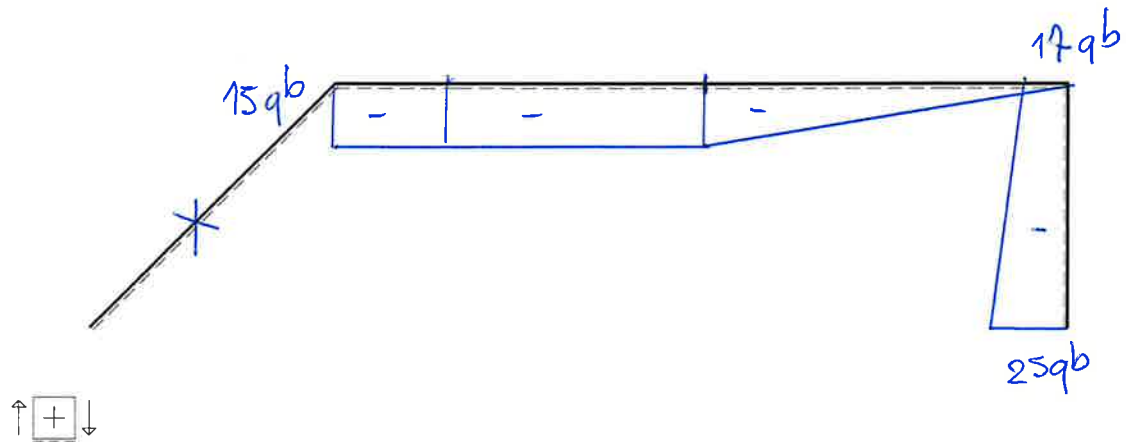
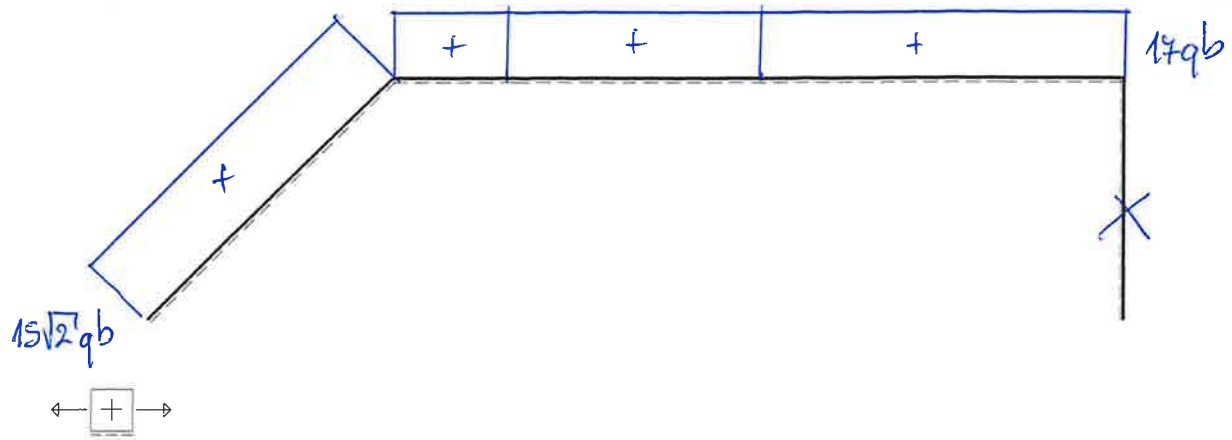
$$S_x = \dots 217/2 a^3 = 108.5000 a^3 \dots; S_y = \dots 167/2 a^3 = 83.5000 a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots 167/62 a = 2.6935 a \dots; y_G = \dots 7/2 a = 3.5000 a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots 1279/12 a^4 = 106.5833 a^4 \dots; J_{yG} = \dots 22849/372 a^4 = 61.4220 a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots 1279/12 a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots 22849/372 a^4 \dots;$$



$H_A(\Rightarrow) = -15qb$	$V_A(\Uparrow) = -15qb$	$H_F(\Rightarrow) = 25qb$	$M_F(\curvearrowright) = -\frac{225}{2}qb^2$
$N_{AB} = 15\sqrt{2}qb$	$T_{AB} = 0$	$M_{AB} = 0$	
$N_{BC} = 17qb$	$T_{BC} = -15qb$	$M_{BC} = -15qb x_2$	
$N_{CD} = 17qb$	$T_{CD} = -15qb$	$M_{CD} = -18qb^2 - 15qb x_3$	
$N_{DE} = 17qb$	$T_{DE} = -15qb + 5q x_4$	$M_{DE} = -48qb^2 - 15qb x_4 + \frac{5}{2}q x_4^2$	
$N_{FE} = 0$	$T_{FE} = -25qb + 4q x_5$	$M_{FE} = -\frac{225}{2}qb^2 + 25qb x_5 - 2q x_5^2$	

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 11.02.2025

Parte 1 - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

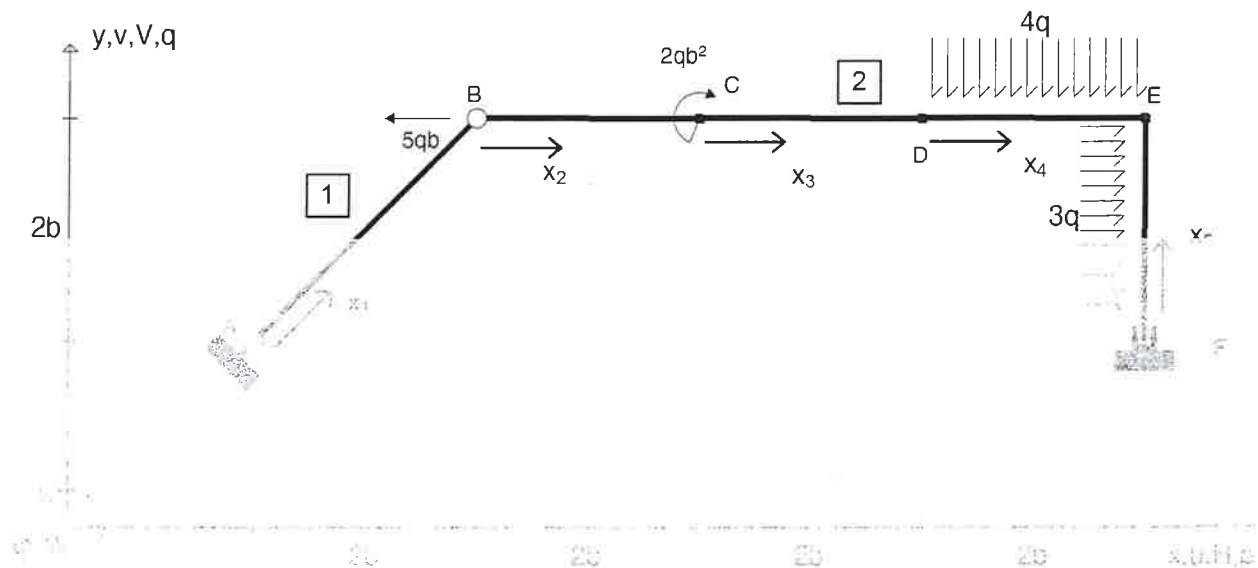
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 11.02.25*002



Eq. ausiliarie $M_{z(B)}^{(1)} = 0$ oppure $M_{z(B)}^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione **verticale** V_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

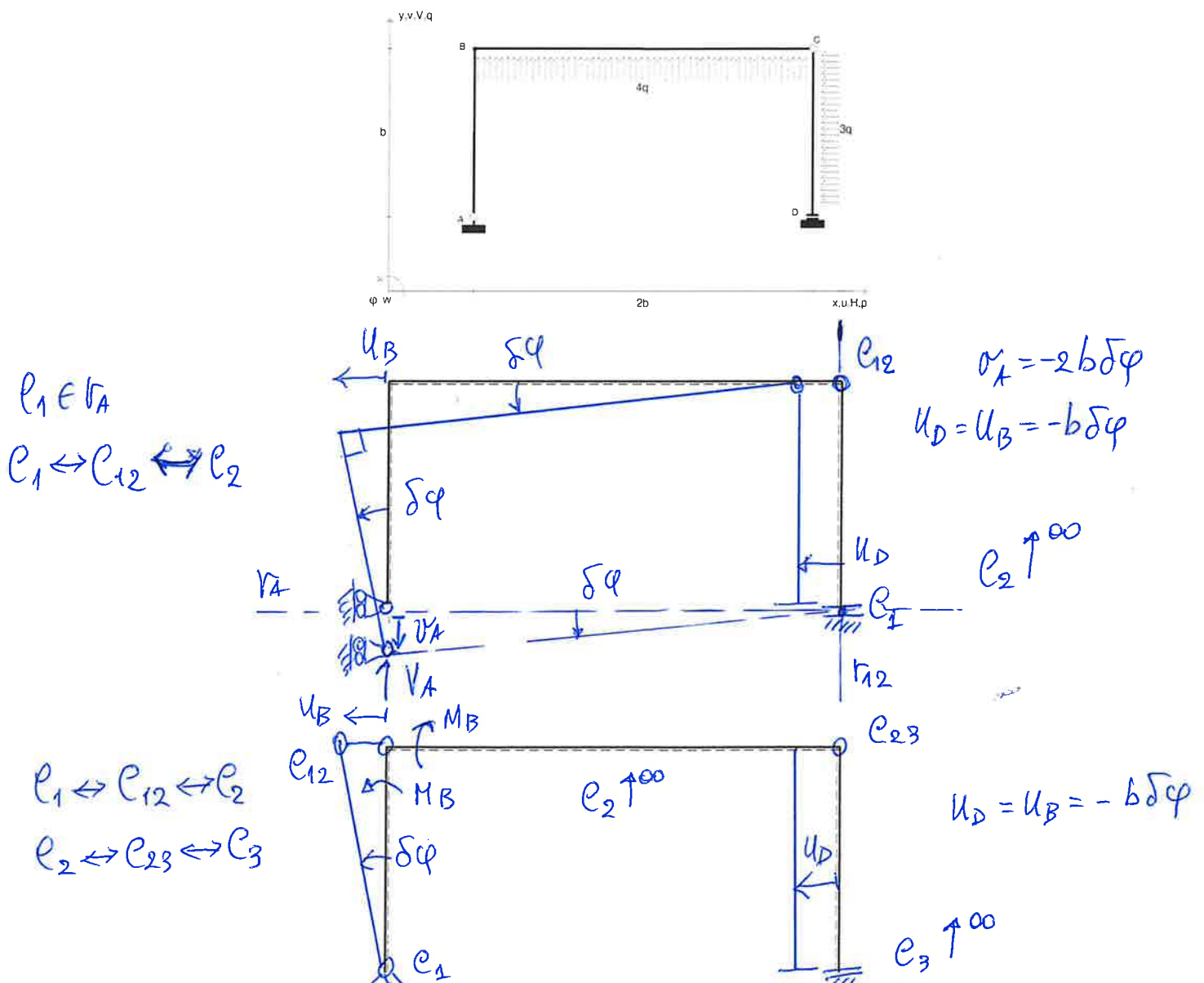
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste* AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 11.02.25*005



$$V_A(\uparrow) = -\frac{5}{2}qb; C_1 = \begin{pmatrix} 2b & 0 \end{pmatrix}; C_2 = \begin{pmatrix} \infty & \infty \end{pmatrix}; C_{12} = \begin{pmatrix} 2b & b \end{pmatrix};$$

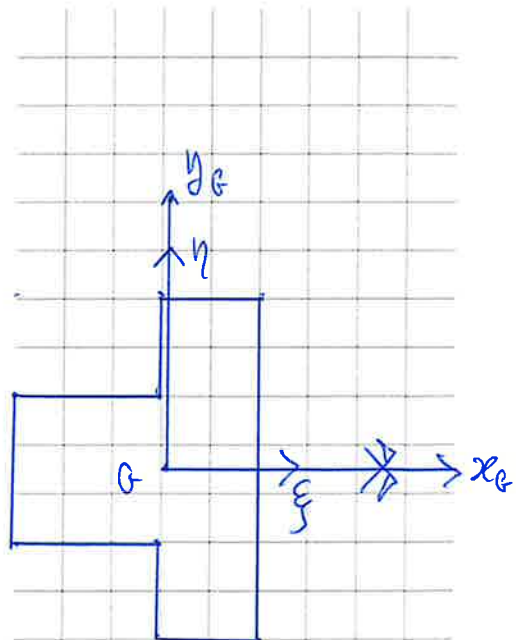
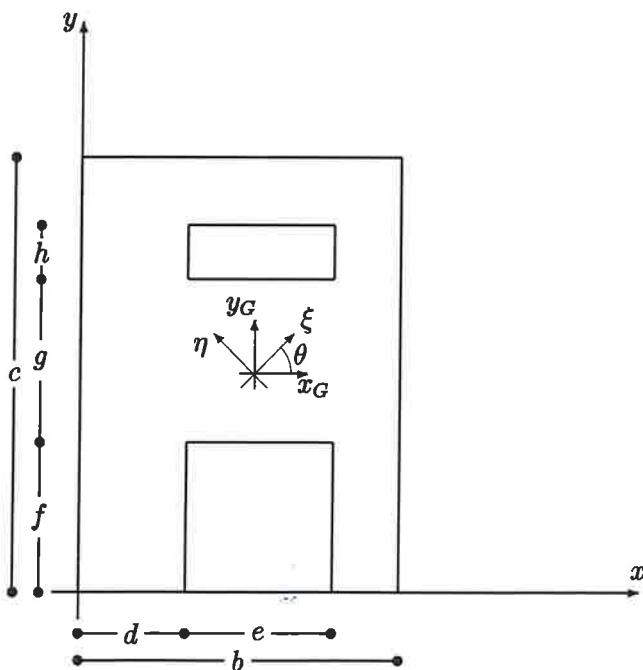
$$u_D = -b\delta q; v_A = -2b\delta q;$$

$$M_B(\curvearrowright) = -3qb^2; u_D = -b\delta q; v_C = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 7a$; $d = 0$; $e = 3a$; $f = 2a$; $g = 3a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



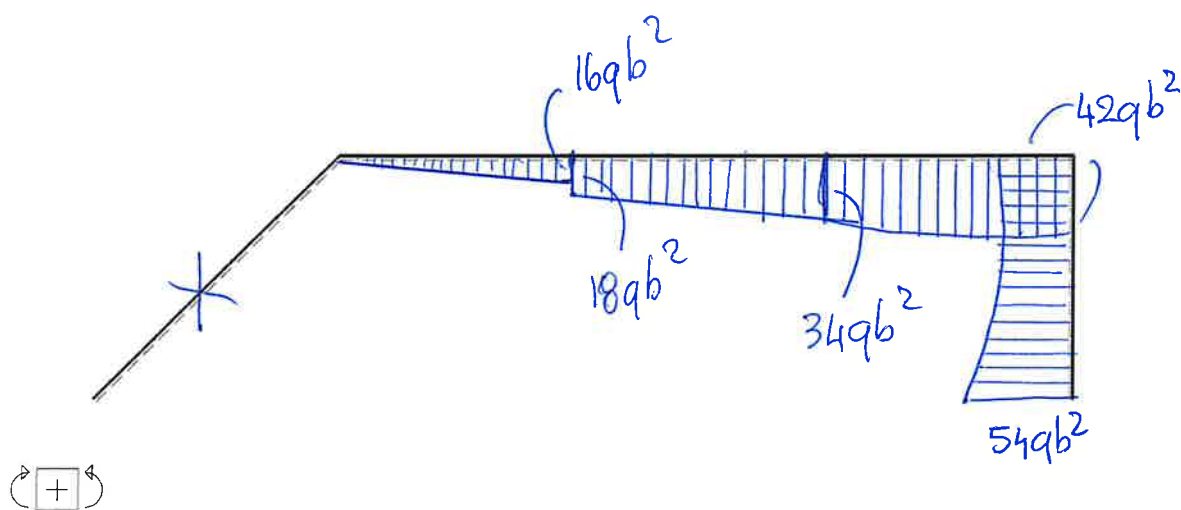
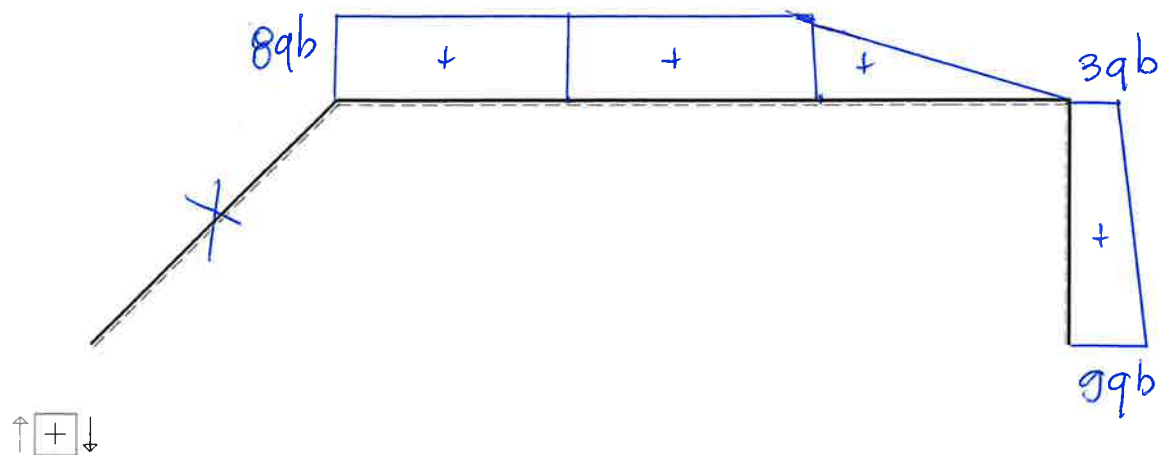
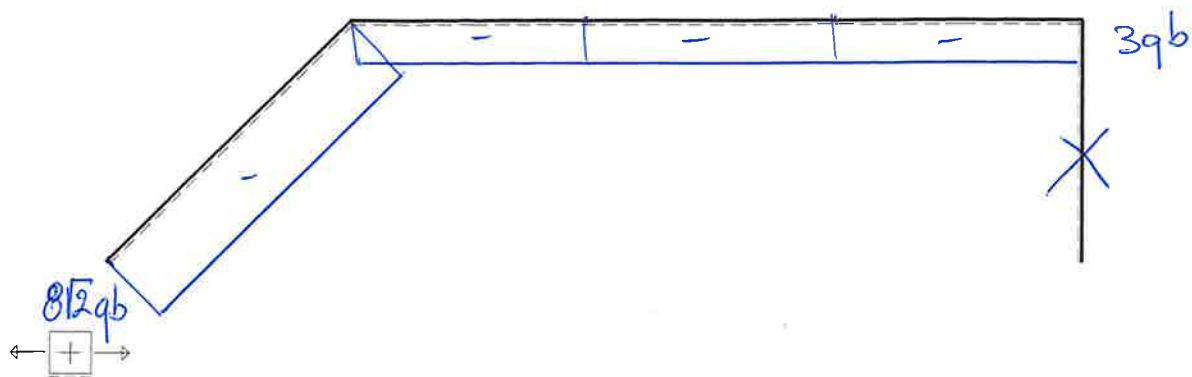
$$S_x = \frac{161}{2}a^3 = 80.5000a^3; S_y = \frac{139}{2}a^3 = 69.5000a^3;$$

$$x_G = \frac{139}{46}a = 3.0217a; y_G = \frac{7}{2}a = 3.5000a;$$

$$J_{xG} = \frac{767}{12}a^4 = 63.9167a^4; J_{yG} = \frac{12601}{276}a^4 = 45.6558a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{767}{12}a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{12601}{276}a^4;$$



$H_A(\Rightarrow) = 8qb$	$V_A(\uparrow) = 8qb$	$H_F(\Rightarrow) = -9qb$	$M_F(\curvearrowright) = 54qb^2$
$N_{AB} = -8\sqrt{2}qb$	$T_{AB} = 0$	$M_{AB} = 0$	
$N_{BC} = -3qb$	$T_{BC} = 8qb$	$M_{BC} = 8qb x_2$	
$N_{CD} = -3qb$	$T_{CD} = 8qb$	$M_{CD} = 18qb^2 + 8qb x_3$	
$N_{DE} = -3qb$	$T_{DE} = 8qb - 4qx_4$	$M_{DE} = 34qb^2 + 8qb x_4 - 2qx_4^2$	
$N_{FE} = 0$	$T_{FE} = 9qb - 3qx_5$	$M_{FE} = 54qb^2 - 9qb x_5 + \frac{3}{2}qx_5^2$	

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 11.02.2025

Parte 1 - Testo 3

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

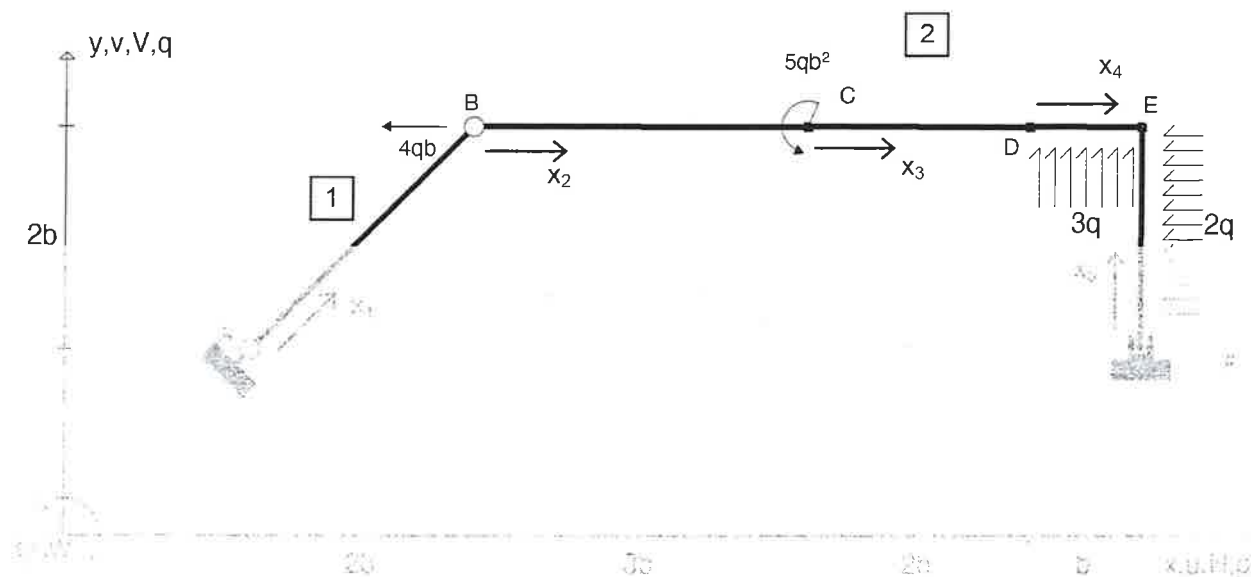
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 11.02.25*003



Eq. ausiliarie $M_{z(B)}^{(1)} = 0$ oppure $M_{z(B)}^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione **verticale** V_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

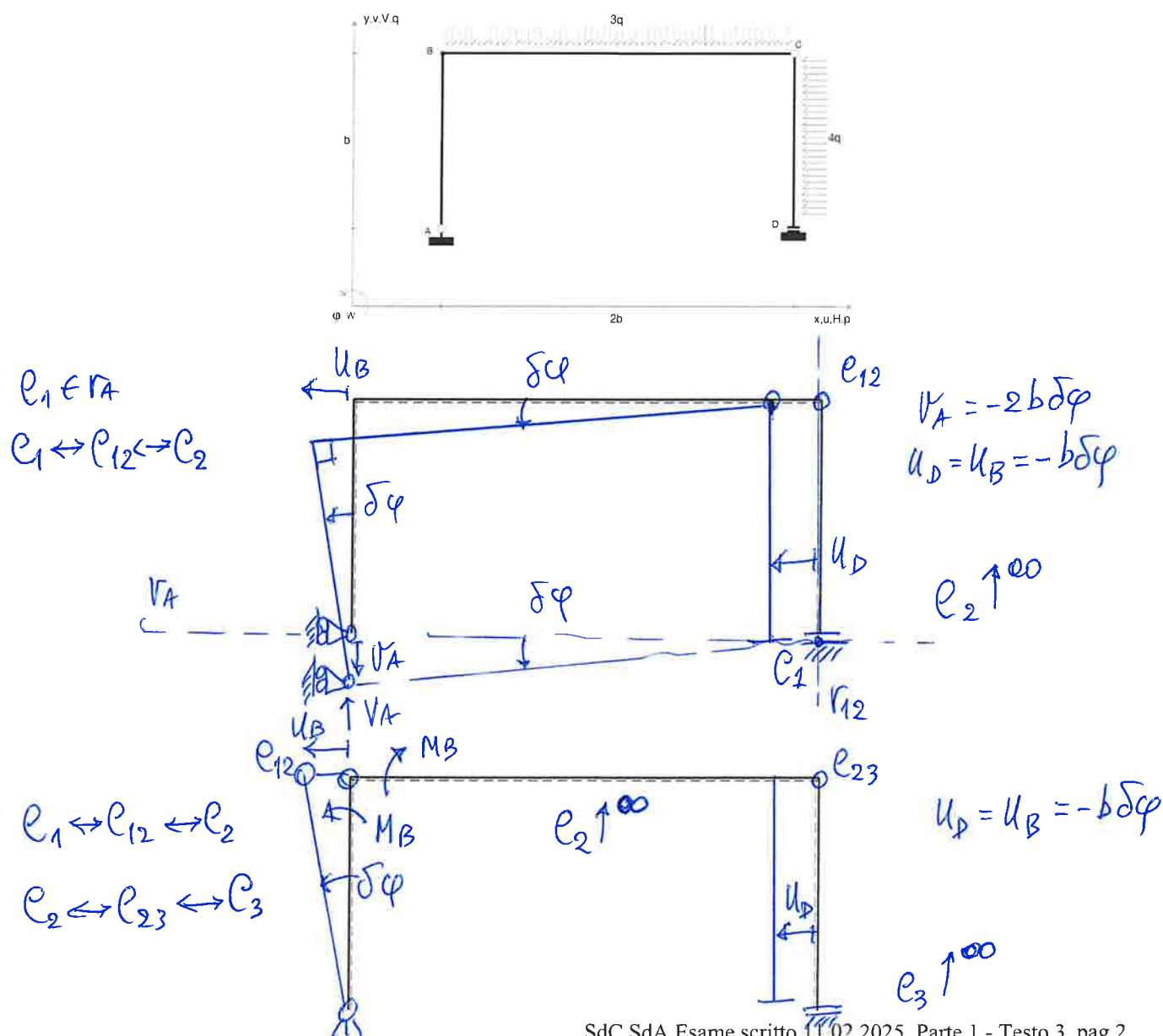
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste* AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 11.02.25*006



$$V_A(\uparrow) = \dots 5qb \dots; C_1 = (\dots 2b \ 0 \dots); C_2 = (\dots \infty \ \infty \dots); C_{12} = (\dots 2b \ b \dots);$$

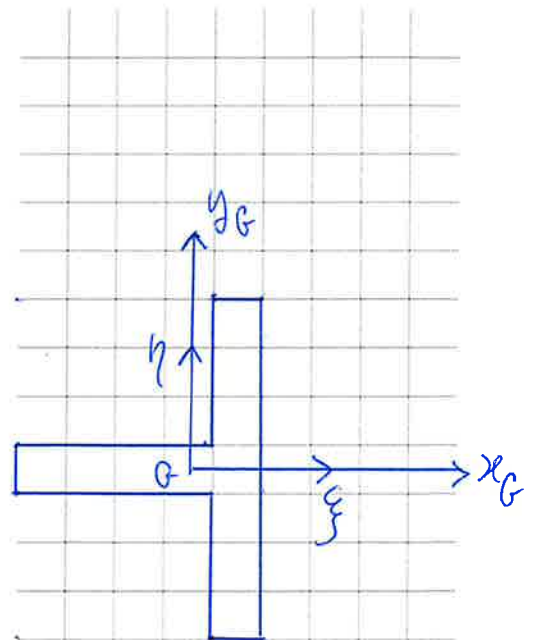
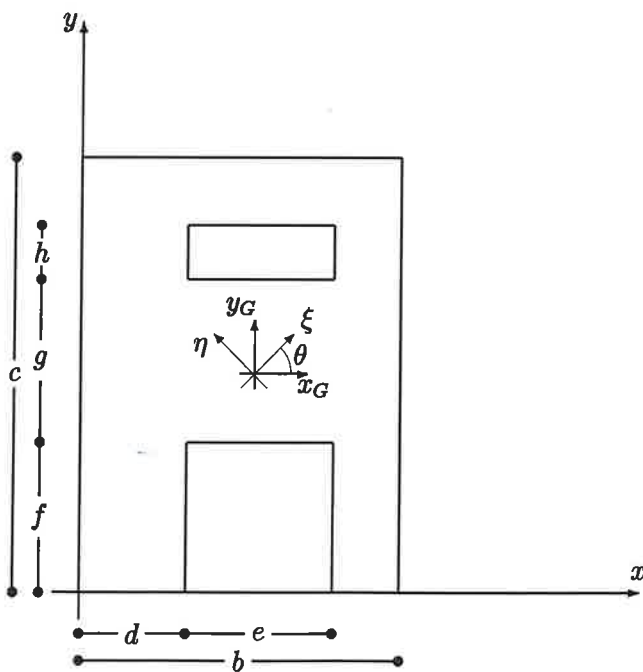
$$u_D = \dots -b\delta\varphi \dots; v_A = \dots -2b\delta\varphi \dots;$$

$$M_B(\curvearrowright) = \dots -4qb^2 \dots; u_D = \dots -b\delta\varphi \dots; v_C = \dots 0 \dots;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 7a$; $d = 0$; $e = 4a$; $f = 3a$; $g = a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



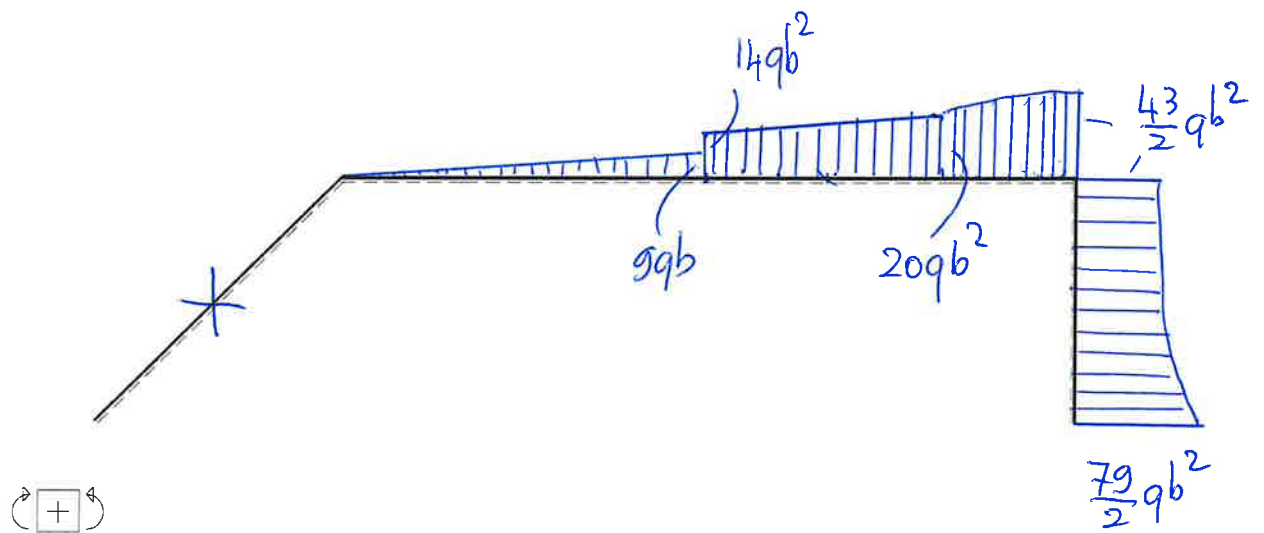
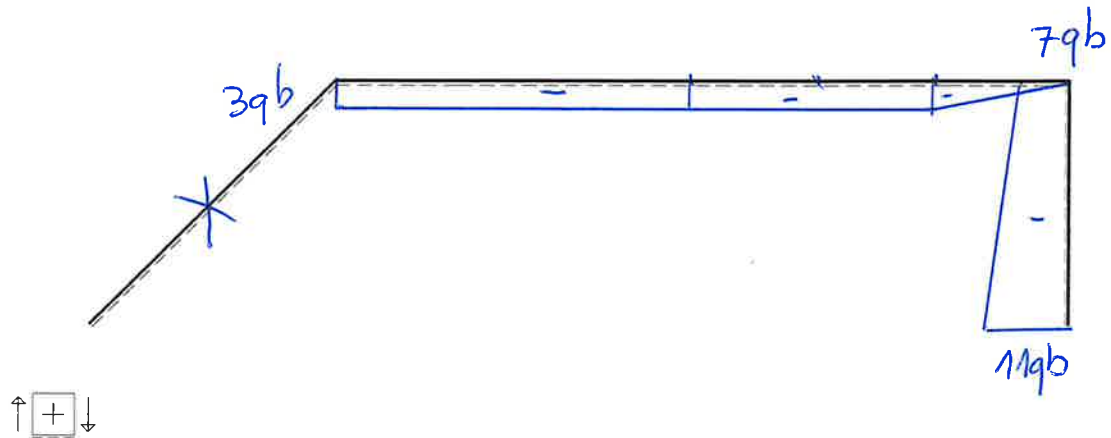
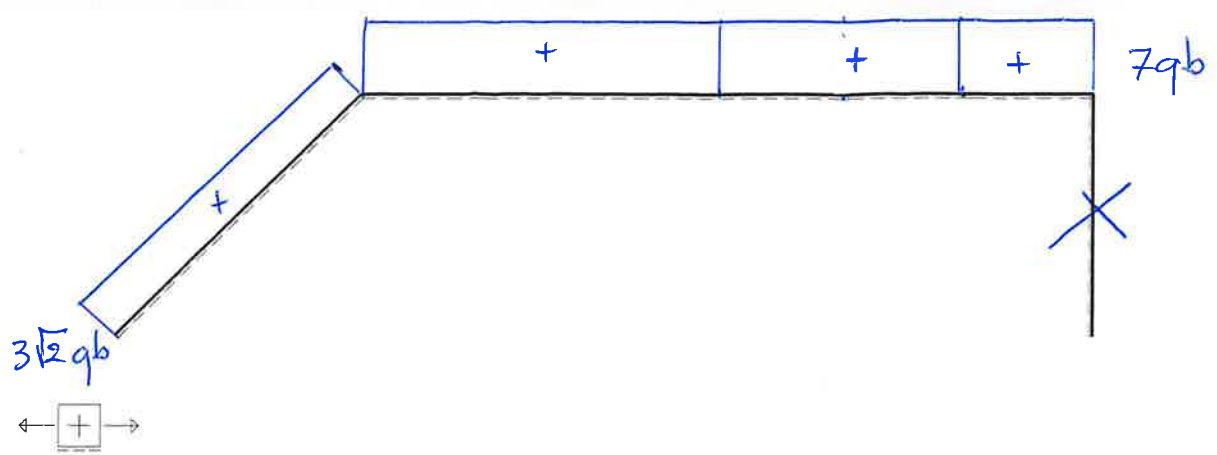
$$S_x = \dots 77/2 a^3 = 38.5000 a^3 \dots; S_y = \dots 79/2 a^3 = 39.5000 a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots 79/22 a = 3.5909 a \dots; y_G = \dots 7/2 a = 3.5000 a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots 347/12 a^4 = 28.9167 a^4 \dots; J_{yG} = \dots 2881/132 a^4 = 21.8258 a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots 347/12 a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots 2881/132 a^4 \dots;$$



$$H_A(\Rightarrow) = -3qb; V_A(\uparrow) = -3qb; H_F(\Rightarrow) = 11qb; M_F(\curvearrowright) = -\frac{79}{2}qb^2$$

$$N_{AB} = 3\sqrt{2}qb; T_{AB} = 0; M_{AB} = 0$$

$$N_{BC} = 7qb; T_{BC} = -3qb; M_{BC} = -3qb \times 2$$

$$N_{CD} = 7qb; T_{CD} = -3qb; M_{CD} = -14qb^2 - 3qb \times 3$$

$$N_{DE} = 7qb; T_{DE} = -3qb + 3q \times 4; M_{DE} = -20qb^2 - 3qb \times 4 + \frac{3}{2}q \times 4^2$$

$$N_{FE} = 0; T_{FE} = -11qb + 2q \times 5; M_{FE} = -\frac{79}{2}qb^2 + 11qb \times 5 - q \times 5^2$$